

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa
Wartość przeciętna, wariancja i moda.

24.05.2010 r.

Zad. 1 Pokazać, że:

a) $D^2(X + b) = D^2X$

d) $D^2X = E(X^2) - (EX)^2$

b) $D^2(X + Y) = D^2X + D^2Y$

c) $D^2(X - Y) = D^2X + D^2Y$

e) $D^2X = E(X - c)^2 - E(c - EX)^2$

Zad. 2 Dana jest funkcja prawdopodobieństwa:

x_i	-5	-2	0	1	3	8
p_i	0.1	0.2	0.1	0.2	0.3	0.1

Wyznaczyć:

a) wartość przeciętną

c) odchylenie standardowe

e) modę

b) wariancję

d) medianę

Zad. 3 Zmienna losowa X ma rozkład o gęstości:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 6x(1-x) & \text{dla } 0 < x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Oblicz wartość przeciętną i wariancję zmiennej losowej X oraz zmiennej losowej $Y = 2X - 1$.

Zad. 4 Niech $EX = 2$, $D^2X = 1$, $EX^4 = 34$. Wyznaczyć wartość przeciętną i wariancję zmiennych;

a) $U_1 = 2X + 1$

b) $U_2 = X^2$

c) $U_3 = -X^2 + 2$

Zad. 5 Wyznaczyć wartość oczekiwaną, wariancję i medianę rozkładu wykładniczego

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} & \text{dla } x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Zad. 6 Czas między kolejnymi zgłoszeniami abonentów w pewnej centrali telefonicznej jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem $\lambda = 2$. Oblicz średni czas pomiędzy kolejnymi zgłoszeniami, medianę oraz prawdopodobieństwo, że przed upływem 3 minut nastąpi zgłoszenie.

Zad. 7 Zmienna X ma rozkład o wartości przeciętnej $EX = \mu$ i wariancji $D^2X = \sigma^2$. Wyznaczyć wartość przeciętną i wariancję zmiennej

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Zad. 8 Pewien automat produkuje części, których długość jest zmienną losową o rozkładzie normalnym o wartości oczekiwanej 10 cm oraz wariancji 4 cm

a) Jakie jest prawdopodobieństwo wyprodukowania części o długości nie mniejszej niż 7 cm?

b) Dopuszczalna długość części spełniających normę zawierać się w przedziale $10 \text{ cm} \pm \varepsilon$. Wyznaczyć ε wiedząc, że 5% wyrobów przekracza normę.