

Wybrane zagadnienia Matematyki II - Zadanie 1

Generatory liczb pseudolosowych

Napisz program generujący liczby losowe za pomocą podanych poniżej algorytmów. Pierwsze trzy metody wykorzystaj do generowania liczb pseudolosowych z rozkładu jednostajnego z przedziału $[0, 1)$. Ostatni algorytm pozwala generować liczby z rozkładu normalnego.

Program powinien umożliwiać:

- wybór jednej z metod: MLCG, rejestrów przesuwanych (*shift register*), Fibonacciego, Boxa-Mullera i generatora dostępnego w danym języku programowania
- wygenerowanie ciągu n liczb pseudolosowych z danego rozkładu (wyniki z dokładnością co najmniej 4 miejsc po przecinku)
- dobór ziarna (*seed*) w postaci liczby całkowitej dla każdej z metod
- w przypadku generowania liczb z rozkładu normalnego, ustalenie wartości średniej i odchylenia standardowego
- zapisanie wygenerowanego ciągu liczb do pliku tekstowego w postaci kolumny liczb z dokładnością nie mniejszą niż 4 miejsca po przecinku

Generator multiplikatywny liniowy kongruentny (MLCG)

Generator oparty jest na zasadzie iteracyjnej:

$$X_{n+1} = aX_n \bmod m, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

gdzie wszystkie wartości są liczbami całkowitymi. Wartość początkowa x_0 (*seed*) jest dowolną liczbą całkowitą z zakresu obejmującego okres generatora. Zastosuj wybrane z podanych niżej parametrów.

a	m
69069	2^{32}
630360016	$2^{31} - 1$
397204094	$2^{31} - 1$
410092949	2^{32}
742938285	$2^{31} - 1$

Generator oparty na rejestrach przesuwanych

Schemat Tauswortha

1. $B = ((A \ll q) \text{ xor } A) \ll (L - p)$
2. $A = ((A \ll s) \text{ xor } (B \gg (L - s)))$
3. goto 1

gdzie A i B są L bitowymi liczbami, generuje losową sekwencję liczb całkowitych A , gdzie wartość początkowa (*seed*) jest dowolną liczbą całkowitą. Przykładowe wartości parametrów dających maksymalny okres:

q	p	s
9	28	13
2	29	20
6	32	17

Generator Fibonacciego

Generator bazujący na ciągu Fibonnaciego postaci (*Additive Lagged Fibonacci Generator, ALFG*):

$$X_n = (X_{n-r} + X_{n-s}) \bmod m, \quad n \geq r, \quad r > s > 1 \quad (2)$$

W tej metodzie potrzebny jest losowy ciąg inicjujący $X_r, X_{r-1}, \dots, X_1$, aby go utworzyć należy skorzystać z jednego z wcześniej opisanych algorytmów.

Maksymalny okres zapewniają podane w tabeli wartości parametrów:

r	s
17	5
31	13
55	24
68	33

Wartość modułu $m = 2^{32}$.

Generowanie liczb z rozkładu normalnego

Metoda biegunowa Boxa i Mullera pozwala generować liczby losowe x_i z rozkładu normalnego $N(0, 1)$ o gęstości prawdopodobieństwa $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

1. generujemy dwie niezależne liczby losowe v_1 i v_2 , zgodnie z rozkładem jednostajnym na odcinku $[-1, 1]$
2. obliczamy $s = v_1^2 + v_2^2$
3. jeśli $s < 1$ to liczby $x_1 = v_1 \sqrt{-\frac{2}{s} \ln s}$ oraz $x_2 = v_2 \sqrt{-\frac{2}{s} \ln s}$ są dwiema niezależnymi liczbami losowymi mającymi standardowy rozkład normalny

Liczby z rozkładu normalnego o odchyleniu standardowym σ i średniej μ możemy otrzymać z wzoru:

$$N(\mu, \sigma) = \mu + \sigma N(0, 1)$$

Literatura

- [1] S. Brandt *Analiza Danych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999
- [2] R. Wieczorkowski, R. Zielinski *Komputerowe generatory liczb losowych*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997
- [3] D. Knuth *Sztuka programowania (The Art of Computer Programming)*, Tom II: Algorytmy seminumeryczne. (Wydawnictwa Naukowo-Tehniczne, Warszawa 2002